Universität Bonn
Physikalisches Institut
Prof. Dr. Hans Kroha, Tim Lappe

26.05.2017
Sommersemester 2017
`http://www.kroha.uni-bonn.de`

Theoretische Physik III – Quantenmechanik
Anwesenheitsübungen 5

A 5.1 Harmonischer Oszillator

Der Hamilton-Operator des eindimensionalen quantenmechanischen harmonischen Oszillators ist gegeben durch

$$\widehat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}\hat{x}^2. \tag{1}$$

a) Skizziere die Eigenfunktionen der vier niedrigsten Energieniveaus des harmonischen Oszillators.

b) Gib die Definition des Auf- und Absteigeoperators $\hat{a}^\dagger$ bzw. $\hat{a}$ an. Drücke den Hamilton-Operator durch diese Operatoren aus. Welche Kommutatorbeziehungen erfüllen sie?

c) Der Besetzungszahloperator ist definiert als $\hat{n} = \hat{a}^\dagger\hat{a}$. Berechne die Kommutatoren $[\hat{n}, \hat{a}]$ und $\left[\hat{n}, \hat{a}^\dagger\right]$.

d) Sei $|\nu\rangle$ ein Eigenzustand von $\hat{n}$ zum Eigenwert ν. Zeige, dass $\nu \geq 0$ gilt, und folgere, dass $\hat{a}\,|0\rangle = 0$, wobei $|0\rangle$ der Grundzustand des harmonischen Oszillators ist.

e) Zeige, dass $\hat{a}^\dagger\,|\nu\rangle$ der Eigenzustand von $\hat{n}$ zum Eigenwert $\nu + 1$ ist, und drücke den n-ten angeregten Zustand $|n\rangle$ durch $\hat{a}^\dagger$ und $|0\rangle$ aus.